Geometría Analítica del Espacio
Tarea 3

Prof. Mauricio Medina

Fecha de Entrega: 19 de Noviembre de 2020

1. Obtenga una ecuación del plano que contiene al punto $p = (1, 1, 1)$ y que es perpendicular a la recta de intersección de los planos cuyas ecuaciones son $2x - y + z - 5 = 0$ y $x + 2y + 2z - 5 = 0$.

2. Demuestre que las coordenadas del punto de intersección del plano $\mathcal{P}$ con ecuación cartesiana $ax + by + cz = d$ y la recta que pasa por el origen y que es perpendicular a $\mathcal{P}$ son

$$\left(\frac{ad}{a^2 + b^2 + c^2}, \frac{bd}{a^2 + b^2 + c^2}, \frac{cd}{a^2 + b^2 + c^2}\right)$$

3. Calcule la distancia que separa al plano cuya ecuación es $x+3y-4z-2 = 0$ de la recta de intersección de los planos con ecuaciones $x - 2y + 3z = 5$ y $2x + y - z = 3$.

4. Obtenga una ecuación de un plano $\mathcal{P}$ que es paralelo al plano cuya ecuación es $3x - 2y + 6z = 9$ y que está a 7 unidades de distancia del origen. (Hay dos resultados correctos)

5. Obtenga una ecuación, las coordenadas del centro y el radio de la esfera que pasa por los puntos p, q, r y s cuyas coordenadas se dan.

   a) $p = (1, 1, 1)$, $q = (1, 1, -1)$, $r = (1, -1, 1)$ y $s = (-1, 1, 1)$.
   b) $p = (-5, -4, 1)$, $q = (3, 4, -5)$, $r = (0, 0, 4)$ y $s = (0, 8, 0)$.

6. Obtenga la ecuación del plano que es tangente en el punto p a la esfera con ecuación dada.

   a) $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 25$; $p = (3, 1, -7)$.
   b) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 15 = 0$; $p = (3, 0, 2)$.

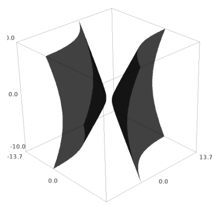
7. Demuestre que el plano tangente $\mathcal{P}$ a la esfera $\mathcal{S}$ cuya ecuación es $x^2 + y^2 + z^2 + Gx + Hy + Iz + J = 0$ en el punto $p = (x_1, y_1, z_1)$ de $\mathcal{S}$ tiene por ecuación

$$x_1x + y_1y + z_1z + \frac{G}{2}(x + x_1) + \frac{H}{2}(y + y_1) + \frac{I}{2}(z + z_1) + J = 0.$$

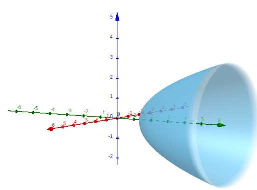
8. Diga si los siguientes puntos están o no sobre una misma esfera: $p = (0,0,0)$, $q = (2,-4,6)$, $r = (3,-1,0)$, $s = (4,-3,1)$ y $t = (-2,-1,5)$.

9. Obtenga una ecuación de la superficie que se obtiene haciendo girar la curva cuya ecuación se da alrededor del eje que se indica.

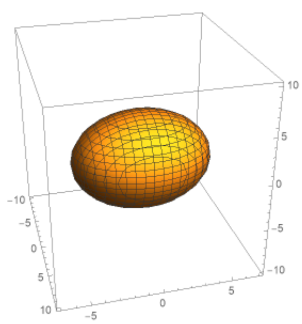
   a) $2x^2 - z^2 = 1$; el eje X.

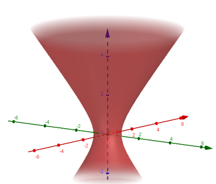
   b) $x^2 - 2y + 3 = 0$; el eje Y.

   c) $x^2 - 4x + y^2 - 21 = 0$; el eje X.

   d) $2x^2 - z^2 = 1$; el eje Z.

10. Obtenga una ecuación de la curva que es intersección de la superficie $y = x^2$ con el plano que tiene ecuación $y = 4$.